

## Elmélet >>> A számrendszerekről általában

Mindennapjainkban tízes számrendszert használunk, de a számítógép működése alapvetően a kettes számrendszerre épül. A kettes számrendszerben történő számábrázolás nehézsége miatt gyakran alkalmazzák a tizenhatos számrendszerbeli számábrázolást is.

Ismerkedjünk meg a különböző számrendszerekben történő számolás módjával!

A számrendszerek a valós számok ábrázolására szolgáló jelek és alkalmazásukra vonatkozó szabályok összessége.

Minden számjegypozícióhoz egy helyiértéket rendelünk, és a valós szám értékét az egyes helyiértékek és a hozzájuk tartozó értékek szorzatainak összege adja. A mennyiségeket a számrendszer alapjának hatványaival írjuk fel, ahol a számrendszer alapja bármely 1-nél nagyobb egész szám lehet.

### Amivel foglalkozunk:

- **Tízes (decimális) számrendszer**
- **Kettes (bináris) számrendszer**
  - Átváltás decimális számrendszerből bináris számrendszerbe
  - Átváltás bináris számrendszerből decimális számrendszerbe
- **Tizenhatos (hexadecimális) számrendszer**
  - Átváltás decimális számrendszerből hexadecimális számrendszerbe
  - Átváltás hexadecimális számrendszerből decimális számrendszerbe
  - Átváltás bináris számrendszerből hexadecimális számrendszerbe
  - Átváltás hexadecimális számrendszerből bináris számrendszerbe
- **Értéktáblázat**

### Tízes (decimális) számrendszer:

A tízes számrendszerben a számokat a tíz hatványaival ábrázoljuk. Lássunk egy példát!

A 2532 tízes számrendszerbeli számot az alábbi formában írhatjuk fel:

$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$
2	5	3	2

Ennek az értékét a következő módon számíthatjuk ki:

$$2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0 =$$

$$2 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 2 \times 1 =$$

$$2000 + 500 + 30 + 2 =$$

$$2532$$

## Kettes (bináris) számrendszer:

A kettes vagy más néven bináris számrendszerbeli számok a 0 és az 1 számjegyekből állnak. A számjegyek helyiértékeit az alábbi táblázatban foglaltuk össze.

$2^n \dots$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
	128	64	32	16	8	4	2	1

- *Átváltás decimális számrendszerből bináris számrendszerbe:*

A számítógépen leggyakrabban nyolc számjegyből álló bináris számokkal találkozhatunk. A nyolc számjegyen ábrázolható legnagyobb érték a  $255=(128+64+32+16+8+4+2+1)$

A tízes (decimális) számrendszerbeli számokat kettővel való maradékos osztással tudjuk a legegyszerűbben bináris számrendszerbeli számmá alakítani

Az átalakítandó számot osszuk el kettővel. Minden osztásnál jegyezzük fel a maradékot. Folytassuk az egészrészrel való osztást, amíg nullát nem kapunk

Lássunk erre egy példát! Az átváltandó szám:  $81_{10}$ .

	Művelet	Egészrész	Maradék
81	$81/2=$	40	1
40	$40/2=$	20	0
20	$20/2=$	10	0
10	$10/2=$	5	0
5	$5/2=$	2	1
2	$2/2=$	1	0
1	$1/2=$	0	1
0			

Az így kapott maradékokat lentől felfelé olvasva kapjuk meg a bináris számot:  $1010001_2$ .

- *Átváltás bináris számrendszerből decimális számrendszerbe:*

A bináris számrendszerbeli számokat úgy válthatjuk át decimális számrendszerbe, hogy a bináris szám egyes számjegyeit megszorozzuk a hozzájuk tartozó helyiértékekkel, majd az így kapott értékeket összeadjuk.

Például az  $10001011_2$  bináris szám decimális értékét az alábbi módon számíthatjuk ki:

Bináris	1	0	0	0	1	0	1	1
Helyiértékek	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
Felbontás	$1 \cdot 128$	$0 \cdot 64$	$0 \cdot 32$	$0 \cdot 16$	$1 \cdot 8$	$0 \cdot 4$	$1 \cdot 2$	$1 \cdot 1$
Decimális	$128+8+2+1=139$							

## Tizenhatos (hexadecimális) számrendszer:

A tizenhatos vagy más néven hexadecimális számrendszerbeli számok 0 és 15 közötti helyiértékeket tartalmazhatnak, melyek a következők: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Az egyes betűk a következő értékeket szimbolizálják:

A=10, B=11, C=12, D=13, E=14, F=15

- *Átváltás decimális számrendszerből hexadecimális számrendszerbe:*

A decimális számrendszerbeli számokat tizenhatal való maradékos osztással tudjuk hexadecimális számrendszerbeli számmá alakítani.

Az átalakítandó számot osszuk el tizenhatal. Minden osztásnál jegyezzük fel a maradékot. Folytassuk az egészrészrel való osztást, amíg nullát nem kapunk. Figyeljünk arra, hogy 10-től felfelé az értékeket betűkkel jelöljük!

Lássunk erre egy példát! Az átalakítandó szám:  $1015_{10}$ .

	Művelet	Egészrész	Maradék
101	$1015/16=$	63	7
63	$63/16=$	3	F (15)
3	$3/16=$	0	3
0			

Az így kapott maradékokat letről felfelé olvasva kapjuk meg a hexadecimális számot:  $3F7_{16}$

- *Átváltás hexadecimális számrendszerből decimális számrendszerbe:*

A hexadecimális számrendszerbeli számokat úgy válthatjuk át decimális számrendszerbe, hogy a hexadecimális szám egyes számjegyeit megszorozzuk a hozzájuk tartozó helyiértékekkel, majd az így kapott értékeket összeadjuk.

Például az  $A5_{16}$  hexadecimális szám decimális értékét az alábbi módon számíthatjuk ki.

Hexadecimális	A	5
Helyiértékek	$16^1$	$16^0$
Felbontás	$10 \cdot 16$	$5 \cdot 1$
Decimális	$160 + 5 = 165$	

- *Átváltás bináris számrendszerből hexadecimális számrendszerbe:*

Bináris számrendszerből hexadecimális számrendszerbe történő átváltáskor a bináris szám számjegyeit osszuk a szám utolsó számjegyétől kezdve négyes csoportokra. Ha az első csoportban négynél kevesebb számjegy szerepel, az első számjegy elé annyi nullát írjunk, hogy négy számjegyet kapjunk. Számítsuk ki az egyes csoportok értékeit, majd az így kapott számokat váltsuk át hexadecimális számjegyekké és olvassuk össze.

Lássunk egy példát! Az átváltandó szám az  $1011111001_2$ .

Bináris	0101	1111	1001
Felbontás	$0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$	$1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$	$1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$
Decimális	5	15	9
Hexadecimális	5	F	9

A táblázat utolsó sorát balról jobbra összeolvasva az eredmény tehát:  $5F9_{16}$

- *Átváltás hexadecimális számrendszerből bináris számrendszerbe:*

A hexadecimális számrendszerbeli számok bináris számrendszerbeli számmá történő átalakításához első lépésként váltsuk át a hexadecimális számjegyeket decimális számokká. Az így kapott értékeket váltsuk át bináris számokká, majd az eredményt olvassuk össze.

Lássunk egy példát! Az átváltandó szám a  $7BA_{16}$

Hexadecimális	7	B	A
Decimális	7	11	10
Felbontás	$1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$	$1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$	$1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0$
Bináris	111	1011	1010

A táblázat utolsó sorát balról jobbra összeolvasva az eredmény tehát:  $11110111010_2$

## Értéktáblázat

Decimális	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Bináris	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Hexadecimális	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F